Тема: Абсолютные и относительные величины

1.Составить конспект лекции

2.Ответить на контрольные вопросы Уч. В.С. Мхитарян Статистика Стр 120-222

Статистика

Абсолютные и относительные , средние величины

Для характеристики массовых явлений статистика использует *статистические величины* (*показатели*). Они подразделяются на **абсолютные**, **относительные** и **средние**.

Результаты статистических наблюдений представляют собой абсолютные величины, отражающие уровень развития какого-либо явления или процесса. Абсолютные величины обозначаются X, а их общее количество в статистической совокупности N.

Абсолютные величины всегда имеют свою единицу измерения (размерность), присущую изучаемому явлению. Широко распространены следующие виды единиц измерения:

- **натуральные**, подразделяющиеся на простые (например, штуки, тонны, метры) и сложные (составные), представляющие собой комбинацию двух разноименных величин (например, киловатт-час);
- **условно-натуральные** (например, алкогольные напитки учитываются в дкл 100% спирта, а различные виды топлива соизмеряют по условному топливу с теплотворной способностью 7000 ккал/кг или 29,3 МДж/кг .);
- **стоимостные**, позволяющие соизмерить в денежной форме товары, которые нельзя соизмерить в натуральной форме (доллары США, рубли и т.д.).

Количество единиц с одинаковым значением признака обозначается f и называется частота. Очевидно, что суммируя число всех единиц с одинаковыми значениями признака, получаем N.

Анализируя абсолютные величины, например, статистические данные о торговле, необходимо сопоставлять эти данные во времени и пространстве, исследовать закономерности их изменения и развития, изучать структуру совокупностей. С помощью абсолютных величин эти задачи не выполнимы, в этом случае необходимо использовать *относительные величины*.

Относительная величина – это результат деления (сравнения) двух абсолютных величин. В числителе дроби стоит величина, которую сравнивают, а в знаменателе – величина, с которой сравнивают (база сравнения). Например, если явка студентов сегодня на лекцию составила 80 чел., а на предыдущую лекцию пришло 50 чел., то относительная величина покажет, что явка увеличилась в 80/50 = 1,4 раза, при этом базой сравнения является явка студентов на предыдущую лекцию. Полученная относительная величина выражена в виде *коэффициента*, который показывает, во сколько раз сравниваемая величина больше базисной. В данном примере база сравнения принята за единицу. В случае если основание принимается за 100, относительная величина выражается в процентах (%), если за 1000 – в промилле (‰). Выбор той или иной формы относительной величины зависит от ее абсолютного значения:

- если сравниваемая величина больше базы сравнения, то выбирают форму коэффициента (как в вышеприведенном примере - выражается в "разах");
- если сравниваемые величины примерно близки по значению, то относительную величину выражают в процентах (%);
- если сравниваемая величина значительно больше по значению базы сравнения, то относительную величину выражают в промилле (‰).

Различают следующие виды относительных величин, для краткости именуемые в дальнейшем индексами:

- динамики;
- структуры;
- координации;
- сравнения;
- интенсивности.

Индекс динамики показывает изменение явления во времени и представляет собой отношение значений изучаемого явления в отчетный (анализируемый) период (момент) времени к базисному (предыдущему). Данный индекс определяется по формуле

$$i_Д = \frac{X_1}{X_0}$$

где цифры означают: 1 – отчетный или анализируемый период, 0 – прошлый или базисный период.

Критериальным значением индекса динамики служит единица (или 100%), то есть если он больше 1, то имеет место рост (увеличение) явления во времени, а если равен 1 – стабильность, ну а если меньше 1 – наблюдается спад (уменьшение) явления.

Еще одно название индекса динамики – коэффициент (темп) роста, вычитая из которого единицу (100%), получают темп изменения (темп прироста) с критериальным значением 0, который определяется по формуле

$$T = i_Д - 1$$

Если T>0, то имеет место рост явления; T=0 – стабильность, T<0 – спад.

В рассмотренном выше примере про явку студентов был рассчитан именно индекс динамики, показавший что явка студентов увеличилась в 1,4 раза или на 40%. Разновидностями индекса динамики являются индексы **планового задания** и **выполнения плана**, рассчитываемые для планирования различных величин и контроля их выполнения.

Индекс планового задания – это отношение планового значения изучаемого показателя к базисному. Он определяется по формуле

$$i_{ПЗ} = \frac{X'_1}{X_0}$$

где *X'* – планируемое значение; *X*o – базисное значение признака.

Для определения процента выполнения плана необходимо рассчитать индекс выполнения плана, то есть отношение наблюдаемого значения признака к плановому (оптимальному, максимально возможному) значению по формуле

$$i_{ВП} = \frac{X_1}{X'_1}$$

Индекс структуры (доля) – это отношение какой-либо части объекта (совокупности) ко всему объекту. Он определяется по формуле

$$d = \frac{f}{\sum f}$$

Например, если в группе из 50 студентов 40 человек женского пола, то их доля составит $d = 40/50 = 0,8$ или 80%.
Индекс координации – это отношение какой-либо части объекта к другой его части, принятой за основу (базу сравнения). Он определяется по формуле

$$i_К = \frac{f}{f_б}$$

Например, если в группе из 50 студентов 40 человек женского пола, значит 10 человек - мужского, тогда индекс координации лиц женского пола составит 40/10 = 4, то есть лиц женского пола в 4 раза больше в группе, чем мужского.
Индекс сравнения – это сравнение (соотношение) разных объектов по одинаковым признакам. Он определяется по формуле

$$i_С = \frac{X_А}{X_Б}$$

где А, Б – сравниваемые объекты.

Например, если в одной аудитории присутствует 50 студентов, а в соседней 20, то индекс сравнения составит 50/20 = 2,5, то есть в одной аудитории в 2,5 раза больше находится студентов, чем в другой.
Индекс интенсивности – это соотношение разных признаков одного объекта между собой. Он определяется по формуле

$$i_{ИН} = \frac{X}{Y}$$

где X – один признак объекта; Y – другой признак этого же объекта.
Например, показатели выработки продукции в единицу рабочего времени, затрат на единицу продукции, цены единицы продукции и т.д

Начиная рассуждать о средних величинах, чаще всего вспоминают, как заканчивали школу и поступали в учебное заведение. Тогда по аттестату рассчитывался средний балл: все оценки (и хорошие, и не очень) складывали, полученную сумму делили на их количество. Так вычисляется самый простой вид средней, которая называется средняя арифметическая простая. На практике в статистике применяются различные виды средних величин: арифметическая, гармоническая, геометрическая, квадратическая, структурные средние. Тот или иной их вид используется в зависимости от характера данных и целей исследования.

Средняя величина является наиболее распространенным статистическим показателем, с помощью которого дается обобщающая характеристика совокупности однотипных явлений по одному из варьирующих признаков. Она показывает уровень признака в расчете на единицу совокупности. С помощью средних величин проводится сравнение различных совокупностей по варьирующим признакам, изучаются закономерности развития явлений и процессов общественной жизни.

В статистике применяются два класса средних: степенные (аналитические) и структурные. Последние используются для характеристики структуры вариационного ряда и будут рассмотрены далее в гл. 8.

К группе степенных средних относят среднюю арифметическую, гармоническую, геометрическую, квадратическую. Индивидуальные формулы для их вычисления можно привести к виду, общему для всех степенных средних, а именно

$$\bar{x} = \sqrt[m]{\frac{\sum x_i^m f_i}{\sum f_i}},$$

где m - показатель степенной средней: при m = 1 получаем формулу для вычисления средней арифметической, при m = 0 - средней геометрической, m = -1 - средней гармонической, при m = 2 - средней квадратической;

x_i - варианты (значения, которые принимает признак);

f_i - частоты.

Главным условием, при котором можно использовать степенные средние в статистическом анализе, является *однородность* совокупности, которая не должна содержать исходных данных, резко различающихся по своему количественному значению (в литературе они носят название аномальных наблюдений).

Продемонстрируем важность этого условия на следующем примере.

Пример 6.1. Вычислим среднюю заработную плату сотрудников малого предприятия.
Таблица 6.1. Заработная плата работников

№ п/п	**Заработная плата, руб.**	**№ п/п**	**Заработная плата, руб.**
1	5 950	11	7 000
2	6 790	12	5 950
3	6 790	13	6 790
4	5 950	14	5 950
5	7 000	5	6 790
6	6 790	16	7 000
7	5 950	17	6 790
8	7 000	18	7 000
9	6 790	19	7 000
10	6 790	20	5 950

Для расчета среднего размера заработной платы необходимо просуммировать заработную плату, начисленную всем работникам предприятия (т.е. найти фонд заработной платы), и разделить на число работающих:

$$\bar{x} = \frac{\begin{array}{c}5950+6790+6790+5950+7000+6790+5950+6790+6790+7000+\\+5950+7000+6790+5950+6790+7000+6790+7000+7000+5950\end{array}}{20} =$$

$$= \frac{132\,020}{20} = 6601\ (\text{руб.}).$$

А теперь добавим в нашу совокупность всего лишь одного человека (директора этого предприятия), но с окладом в 50 000 руб. В таком случае вычисляемая средняя будет совсем другая:

$$\bar{x} = \frac{132\,020 + 50\,000}{21} = 8667,6\ (\text{руб.}).$$

Как видим, она превышает 7000 руб., т.д. она больше всех значений признака за исключением одного-единственного наблюдения.

Для того чтобы таких случаев не происходило на практике, и средняя не теряла бы своего смысла (в примере 6.1 она уже не выполняет роль обобщающей характеристики совокупности, которой должна быть), при расчете средней следует аномальные, резко выделяющиеся наблюдения либо исключить из анализа и тем самым сделать совокупность однородной, либо разбить совокупность на однородные группы и вычислить средние значения по каждой группе и анализировать не общую среднюю, а групповые средние значения.

6.1. Средняя арифметическая и ее свойства

Средняя арифметическая вычисляется либо как простая, либо как взвешенная величина.

При расчете средней заработной платы по данным таблицы примера 6.1 мы сложили все значения признака и поделили на их количество. Ход наших вычислений запишем в виде формулы средней арифметической простой

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n},$$

где x_i - варианты (отдельные значения признака);

п - число единиц в совокупности.

Пример 6.2. Теперь сгруппируем наши данные из таблицы примера 6.1, т.д. построим дискретный вариационный ряд распределения работающих по уровню заработной платы. Результаты группировки представлены в таблице.

Таблица 6.2. Распределение работников предприятия по уровню заработной платы

Заработная плата, руб.	**Численность работников**
5 950	6
6 790	8
7 000	6
Итого	20

Запишем выражение для вычисления среднего уровня заработной платы в более компактной форме:

$$\bar{x} = \frac{5950 \cdot 6 + 6790 \cdot 8 + 7000 \cdot 6}{20} = \frac{132\,080}{20} = 6601\,(\text{руб.}).$$

В примере 6.2 была применена формула средней арифметической взвешенной

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i},$$

где f_i - частоты, показывающие, сколько раз встречается значение признака x_i у единиц совокупности.

Расчет средней арифметической взвешенной удобно проводить в таблице, как это показано ниже (табл. 6.3):

Таблица 6.3. Расчет средней арифметической в дискретном ряду

Исходные данные Расчетный показатель

заработная плата, руб.	численность работающих, чел.	фонд заработной платы, руб.
x_i	f_i	x_if_i
5 950	6	35 760
6 790	8	54 320
7 000	6	42 000
Итого	20	132 080

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{132\,080}{20} = 6601 (\text{руб.}).$$

Следует отметить, что средняя арифметическая простая используется в тех случаях, когда данные не сгруппированы или сгруппированы, но все частоты равны между собой.

Часто результаты наблюдения представляют в виде интервального ряда распределения (см. таблицу в примере 6.4). Тогда при расчете средней в качестве x_i берут середины интервалов. Если первый и последний интервалы открыты (не имеют одной из границ), то их условно "закрывают", принимая за величины данного интервала величину примыкающего интервала, т.д. первый закрывают исходя из величины второго, а последний - по величине предпоследнего.

Пример 6.3. По результатам выборочного обследования одной из групп населения рассчитаем размер среднедушевого денежного дохода.

В приведенной таблице середина первого интервала равна 500. Действительно, величина второго интервала - 1000 (2000-1000); тогда нижняя граница первого равна 0 (1000-1000), а его середина - 500. Аналогично поступаем с последним интервалом. За его середину принимаем 25 000: величина предпоследнего интервала 10 000 (20 000-10 000), тогда его верхняя граница - 30 000 (20 000 + 10 000), а середина, соответственно, - 25 000.
Таблица 6.4. Расчет средней арифметической в интервальном ряду

Среднедушевой денежный доход, руб. в месяц	**Численность населения к итогу, % f_i**	**Середины интервалов x_i**	**x_if_i**
До 1 000	4,1	500	2 050
1 000-2 000	8,6	1 500	12 900
2 000-4 000	12,9	3 000	38 700
4 000-6 000	13,0	5 000	65 000
6 000-8 000	10,5	7 000	73 500
8 000-10 000	27,8	9 000	250 200
10 000-20 000	12,7	15 000	190 500
20 000 и выше	10,4	25 000	260 000
Итого	100,0	-	892 850

Тогда среднедушевой размер месячного дохода составит

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{892850}{100} = 8925,5 \text{ (руб.)}.$$

Средняя арифметическая величина обладает рядом математических свойств. Приведем основные из них:

1. если $x_i = c$, где c - постоянная величина, то средняя арифметическая будет равна c;
2. сумма отклонений значений признака от его средней арифметической равна 0, т.е.

$$\left[\sum (x_i - \bar{x}) f_i = 0\right];$$

3. если из всех значений признака вычесть постоянную величину c, то средняя арифметическая уменьшится на эту величину c:

$$\bar{x} - c = \frac{\sum (x_i - c) f_i}{\sum f_i};$$

4. от уменьшения или увеличения частот f_i каждого значения признака в m раз величина средней арифметической не изменится:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum \left(x_i \frac{f_i}{m}\right)}{\sum \left(\frac{f_i}{m}\right)}.$$

5. если все индивидуальные значения признака уменьшить или увеличить в d раз, то величина средней арифметической также уменьшится или увеличится в d раз:

$$\frac{\bar{x}}{d} = \frac{\sum \left(\frac{x_i}{d} f_i\right)}{\sum f_i}.$$

На изложенных свойствах средней арифметической базируется один из методов ее расчета - способ моментов, или метод отсчета от условного нуля, который используется в случае вариационных рядов с равными интервалами. Согласно этому методу среднюю арифметическую взвешенную можно вычислить по следующей формуле: $x = m_i * d + c$

где $$m_1 = \frac{\sum \left(\frac{x_i - c}{d}\right) \cdot f_i}{\sum f_i}$$ - момент первого порядка

За d, как правило, принимают величину интервалов, а за c - значение середины интервала, находящегося в центре ряда (если количество интервалов нечетное), или середину интервала с наибольшей частотой также из центра ряда (при четном количестве интервалов в центре ряда будут находиться два интервала).

Пример 6.4. Рассчитаем среднюю прибыль по группе банков способом моментов.

Прибыль, тыс. ден. ед.	Середина интервала x_i	Количество банков f_i	$x_i - c$ $c = 3\,750$	$\frac{x_i - c}{d}$ $d = 1\,500$	$\frac{x_i - c}{d} f_i$
До 1 500	750	6	−3 000	−2	−12
1 500–3 000	2 250	5	−1 500	−1	−5
3 000–4 500	3 750	9	0	0	0
4 500–6 000	5 250	4	1 500	1	4
6 000 и выше	6 750	2	3 000	2	4
Сумма	—	26	0	0	−9

Рис. 6.13. Расчет средней арифметической способом моментов

$$m_1 = \frac{\sum\left(\frac{x_i - c}{d}\right)\cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{-9}{26} = -0,346;$$

$$\overline{x} = m_1 \cdot d + c = -0,346 \cdot 1500 + 3750 = 3230,769 \text{ (тыс. ден. ед.)}$$