**СИСТЕМЫ НЕРАВЕНСТВ С ОДНОЙ НЕИЗВЕСТНОЙ**

**Тип занятия**: лекция.

**Основные вопросы**:

1. Понятие системы неравенств.
2. Решение систем неравенств.
3. Двойные неравенства.
4. Совокупность неравенств.

**Литература**:

Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Ткачева М.В. «Алгебра и начала анализа», 2014.

**Домашнее задание**:

1. Изучить материал лекции, приведенный ниже.
2. Решить системы неравенств:

  

Так же, как и уравнения, неравенства можно объединять в систему.

Если требуется найти все общие решения двух или нескольких неравенств, то говорят, что надо решить **систему неравенств**.

Неравенства, образующие систему, объединяются фигурной скобкой.

Например, запись  означает, что неравенства  и  образуют **систему линейных неравенств с одной переменной**. Надо найти те , которые являются решениями и первого, и второго неравенства.

Значение переменной, при котором каждое неравенство системы обращается в верное числовое неравенство, называется**решением системы неравенств с одной переменной**.

Например, числа 3 и 4 являются решениями системы , а число 0 не является её решением.

Некоторые системы неравенств можно записать в виде двойного неравенства. Например, систему  можно записать так: .

И наоборот, любое двойное неравенство можно записать в виде системы неравенств.

Например, двойное неравенство  можно записать в виде системы неравенств:

.

**Решить систему неравенств** означает найти все её решения или доказать, что решений нет.

Если система решений не имеет, то множество её решений является пустым.

**Алгоритм решения систему неравенств с одной переменной:**

1) решаем каждое неравенство отдельно;

2) отмечаем множества решений каждого неравенства на одной координатной прямой;

3) находим пересечение решений всех неравенств, входящих в систему, и записать ответ.

**Пример 1.** Решите систему неравенств: .

Выберите правильный ответ из предложенных вариантов.

1) [-2;5]; 2) [5; +∞); 3) [-2;5); 4) (-∞; 5).

Решение:

Упростим каждое неравенство системы:

 

Отметим на координатной прямой точки -2 и 5. Точка -2 будет закрашенной, т.к. первое неравенство нестрогое, точка 5 будет пустой, т.к. второе неравенство строгое. Отметим штриховкой решения неравенств.

По рисунку видно, что их пересечением будет интервал [-2;5). Пустой точке соответствует круглая скобка, закрашенной точке соответствует квадратная.

Интервал [-2;5) соответствует варианту 3.

Ответ: 3.

**Пример 2.** Решите систему неравенств: 

Выберите правильный ответ из предложенных вариантов.

1) (1,25; 1,5); 2) (1,5; +∞); 3) (-1,25;1,5); 4) (-1,5; 1,25).

Решение:

Упростим каждое неравенство системы. Получим:



Отметим точки 1,25 и -1,5 на координатной прямой. Обе точки пустые, так как оба неравенства строгие. Отметим штриховкой множества решений первого и второго неравенств на одной координатной прямой.

Пересечением этих множеств является интервал (-1,5; 1,25). Пустым точкам соответствуют круглые скобки.

Ответ: 4.

**Пример 3.** Найдите множество решений двойного неравенства .

Выберите правильный ответ из предложенных вариантов.

1) [-5; -3]; 2) [3; 5]; 2) [-3; 5]; 4) [-5; 3].

Решение:

1 способ. От двойного неравенства перейдем к системе неравенств:



Умножим каждое неравенство на 4, получим: , отсюда: , и далее 

Отметим решения неравенств на координатной прямой. Решение системы - отрезок [-5; 3].
Ответ 4.

2 способ. Выполним равносильные преобразования двойного неравенства:



 

Отметим на числовой прямой все значения x, которые удовлетворяют этому условию. Точки -5 и 3 будут закрашенными, так как неравенство нестрогое.

Множеством решений двойного неравенства является отрезок [-5; 3] – вариант под номером 4.

Ответ: 4.

**Пример 4.** Найдите наибольшее значение , удовлетворяющее системе неравенств: 

Решение:

Выразим из каждого неравенства переменную . Не забываем, что при делении обеих частей неравенства на положительное число знак неравенства не меняется, при делении на отрицательное число знак неравенства меняется на противоположный.



Используем числовую прямую. При этом точка -2 будет закрашенной, т.к. знак первого неравенства нестрогий, а точка -5,5 будет выколотой, т.к. знак второго неравенства строгий. Покажем на числовой прямой штриховкой решения первого и второго неравенств:

Решением системы неравенств является тот промежуток, на котором пересекаются две штриховки. Это промежуток (-5,5;-2]. Выколотой точке соответствует круглая скобка, закрашенной - квадратная.

Ответим на вопрос задачи. Наибольшее значение на этом промежутке.

Ответ: -2.

**Пример 5.** Найдите количество целочисленных решений неравенства , удовлетворяющих условию .

Решение:

Условия  и  должны выполняться одновременно. Значит, эти неравенства надо объединить в систему: 

Упростим каждое неравенство системы:



Отметим на координатной прямой решение каждого неравенства штриховкой. Точка 1,25 будет закрашенной, точка -3 – пустой.

По рисунку видно, что пересечением обозначенных множеств является интервал (-3; 1,25]. При этом точка 1,25 входит в указанный интервал, а точка -3 исключается из него. Найдем все целые числа, принадлежащие интервалу (-3; 1,25]. Это: -2, -1,0 и 1. Всего их 4.

Ответ: 4.